

Bildgebende Verfahren in der Medizin I

18.02.2011

Röntgentechnik

Aufgabe 1: Der Wirkungsgrad der Röntgenröhre ist stark von der Auswahl des Anodenmaterials abhängig.

- a) *Nach welchen 3 Kriterien wird das Anodenmaterial ausgewählt? (2 Punkte)*
- b) *Definieren Sie ein Qualitätsmaß für das Anodenmaterial (Drehanode) (2 Punkte)*

Lösung:

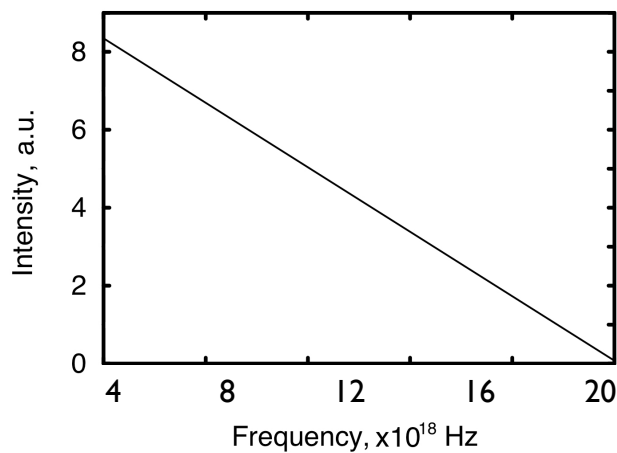
- a) Die Kriterien zur Auswahl eines geeigneten Anodenmaterials sind:
- hohe Ordnungszahl Z ,
 - hohe Schmelztemperatur $T_{\max}$,
 - hohe Wärmeleitfähigkeit λ .
- b) Das Qualitätsmaß für das Anodenmaterial wird aus den o.g. Größen gebildet:
Qualitätsmaß Drehanode = $Z \cdot T_{\max} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}$,
hier sind ρ die Dichte und c die spezifische Wärme des Anodenmaterials.

Aufgabe 2: Bremsstrahlungsspektrum

- a) *Skizzieren Sie ein typisches Spektrum der Bremsstrahlung $J_f(f)$ als Funktion der Frequenz für $U_A = 80 \text{ kV}$, berechnen Sie die größtmögliche Strahlungsfrequenz $f_{\max}$ (Elektronenladung: $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, Plancksches Wirkungsquantum: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$). (4 Punkte)*
- b) *Erklären Sie die Form des Spektrums. (2 Punkte)*
- c) *Wie sieht im Vergleich dazu das Spektrum einer diagnostischen Röntgenröhre aus? Erläutern Sie kurz die Kurvencharakteristik. (2 Punkte)*
- d) *Wie verändert sich qualitativ das Spektrum, wenn die Anodenspannung auf 100 kV erhöht wird? (1 Punkt)*

Lösung:

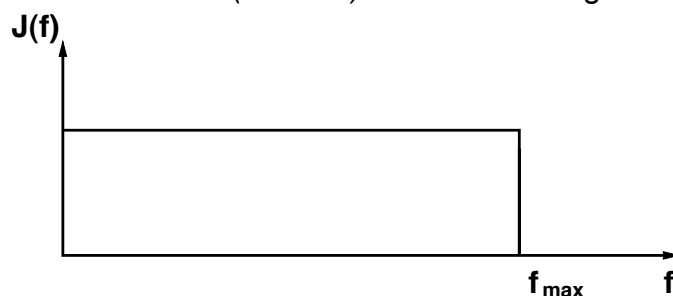
a) Ein typisches Spektrum der Bremsstrahlung $J_f(f)$ für $U_A = 50 \text{ kV}$ (2 Punkte):



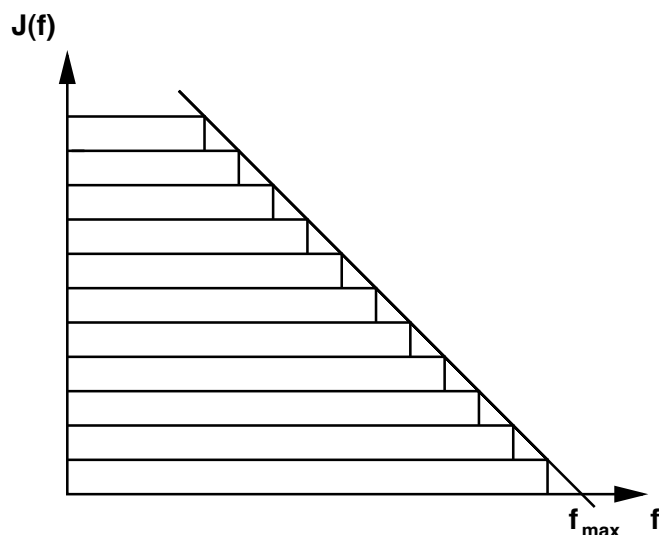
Die maximale Strahlungsfrequenz beträgt dabei (2 Punkte):

$$f_{\max} = \frac{e \cdot U_a}{h} = 1,934 \times 10^{19} \text{ Hz}$$

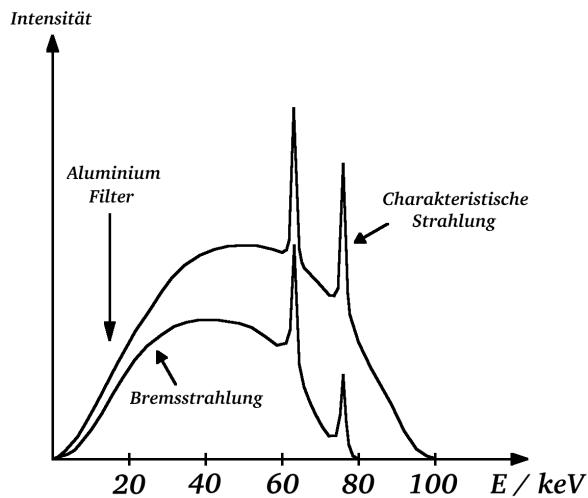
b) Die Bremsstrahlung entsteht dadurch, dass die Elektronen im Anodenmaterial abgebremst werden. Bei einem Wechselwirkungsprozess mit Atomen des Anodenmaterials ist jeder Energieverlust für das auftreffende Elektron gleich wahrscheinlich (1 Punkt). So entsteht folgendes Spektrum:



Nach mehreren Wechselwirkungen werden die entsprechenden Spektren aufsummiert (1 Punkt):



c) und d) Das Spektrum einer diagnostischen Röntgenröhre (1 Punkt):



Die niedrigen Frequenzen werden durch einen Aluminiumfilter absorbiert. Sonst würde diese Strahlung vollständig im Körper des Patienten absorbiert und die allgemeine Strahlenbelastung erhöhen ohne zum Bild beizutragen (1 Punkt).

Aufgabe 3: Wirkungsquerschnitt

- Wie ist der Wirkungsquerschnitt für eine Wechselwirkungsart A mit der Teilchensorte X definiert? (1 Punkt)
- Welche anschauliche Bedeutung hat der Wirkungsquerschnitt? (1 Punkt)
- Wie hängt der Wirkungsquerschnitt für die Photoabsorption von Röntgenquanten von der Quantenenergie ab (Skizze, qualitativ) (2 Punkte)
- Welche Wechselwirkung von Röntgenquanten mit „weichem“ Körpergewebe dominiert bei 100 kV? (1 Punkt)

Lösung:

- Wirkungsquerschnitt (1 Punkt)

$$\sigma_{ww} = \mu_{ww} / n_{ww}$$

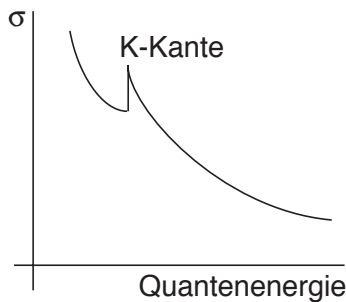
σ : Wirkungsquerschnitt

μ : Schwächungskoeffizient

n : Teilchendichte

- Anschaulich: Man stelle sich um jedes Teilchen im Target eine Fläche vor. Trifft das auftreffende Teilchen in diese Fläche, kommt es zu einer Wechselwirkung. Diese Fläche ist der Wirkungsquerschnitt.

c) qualitativer Verlauf (1 Punkt)



Die Strahlung wird mit steigender Quantenenergie "härter" (1 Punkt). Wird eine Quantenenergie erreicht, die ein Elektron aus einer inneren Schale herausheben kann, kommt es zu einem plötzlichen Anstieg des Wirkungsquerschnitts.

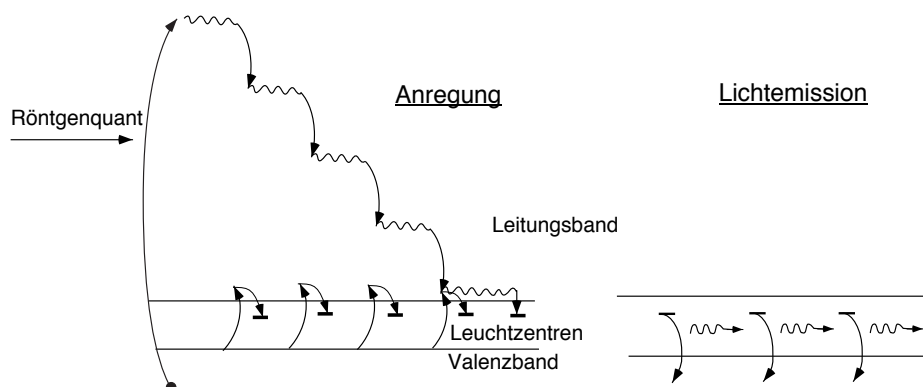
d) Im menschlichen Körper dominiert bei 100 keV die Compton-Streuung. (1 Punkt)

Aufgabe 4: Techniken der Bildaufnahme

- Welche physikalischen Prozesse spielen sich in einer Verstärkerfolie ab (Skizze mit kurzer Beschreibung)? (3 Punkte)
- Welches sind generell die Qualitätskriterien zur Auswahl des Leuchtstoffs bei der Bildaufnahme? (2 Punkte)
- Eine Röntgenverstärkerfolie hat eine Röntgenabsorption von 33 % bei 60 keV, einen Konversionsgrad von 13 % und leuchtet bei einer Wellenlänge von 450 nm (2,757 eV). Wie viele Photonen werden im Mittel pro einfallendes Röntgenquant (60 keV) emittiert? (2 Punkte)

Lösung:

- Das einfallende Röntgenquant erzeugt viele schnelle Elektronen. Diese heben viele Leuchtzentren in einen angeregten Zustand (1 Punkt). Bei der Relaxation der Leuchtzentren entstehen sichtbare Photonen (1 Punkt). Skizze: (1 Punkt)



- Qualitätskriterien für den Leuchtstoff bei der Bildaufnahme (2 Punkte, für jedes fehlende 1 Punkt Abzug):

- hohe Lichtausbeute pro Röntgenquant
- hohe Nachweiswahrscheinlichkeit für Röntgenquanten (DQE)
- emittiertes Licht angepasst an den Lichtdetektor bzw. Film

c) Mittlere Zahl der Photonen pro einfallendes Röntgenquant:

$$N = \frac{E_{kin} \cdot \text{Roentgenabsorption} \cdot \text{Konversionsgrad}}{E_{Photo}} = \frac{60 \text{ keV} \cdot 0,33 \cdot 0,13}{2,757 \text{ eV}} = 934$$

(1 Punkt jeweils für Gleichung und Ergebnis)

Systemtheorie

Aufgabe 5: 2D-Fourier-Transformation

- a) Geben Sie die Definitionsgleichung der 2-dimensionalen Fourier-Transformation für den kontinuierlichen Fall an (2 Punkte).
- b) Welche Eigenschaft zeichnet weißes Rauschen aus? (1 Punkt)
- c) Bild 5.1 zeigt eine Aufnahme, die durch weißes Rauschen überlagert ist. Es ist bekannt, dass die Amplituden der Grauwerte bei einer Betrachtung in x-Richtung durch eine Rechteckfunktion beschrieben werden können, wie sie in Bild 5.2 gezeigt ist. Um das rauschfreie Bild zu rekonstruieren wird das Bild 5.1 einer 2D-Fourier-Transformation unterzogen. Zeichnen Sie eine u,v-Ebene und markieren Sie denjenigen Bereich, der an eine inverse 2D-Fourier-Transformation übergeben werden muss um das Rauschen möglichst gut zu unterdrücken (2 Punkte).

Bild 5.1

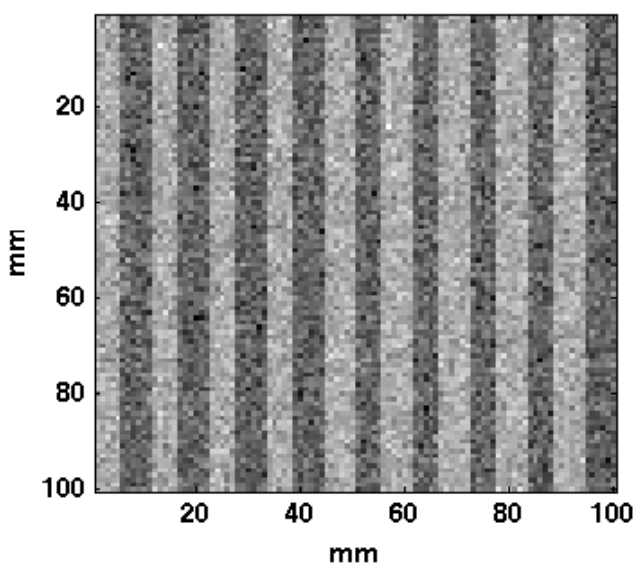
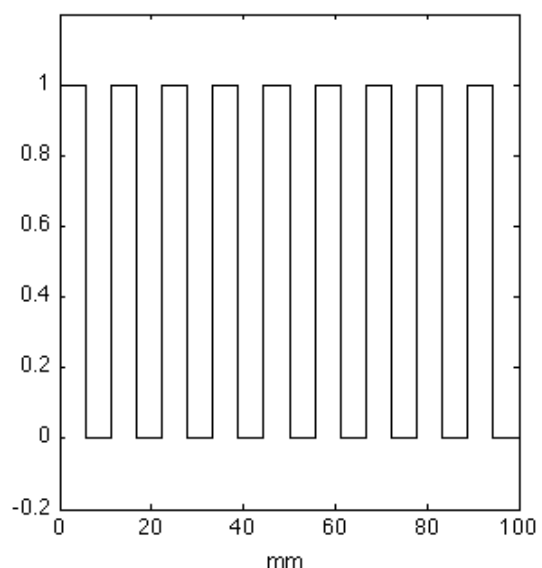


Bild 5.2



Lösung:

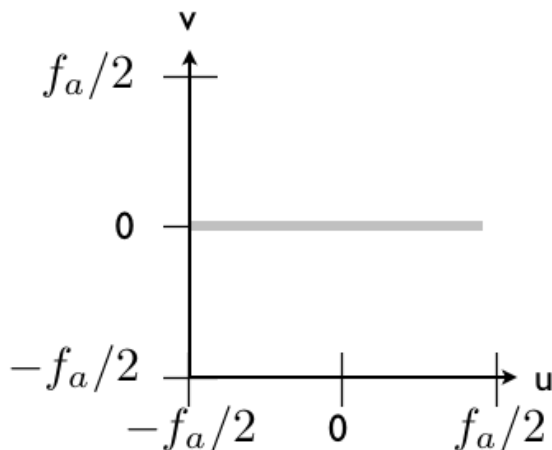
a) Definition 2D-Fourier-Transformation:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi(xu+yv)} dy dx$$

(2 Punkte)

b) Im Spektrum des weißen Rauschens kommen alle Frequenzen mit gleicher Amplitude vor. (1 Punkt)

c) Die relevanten Bildinformationen liegen im Bereich um $v=0$ lp/mm



(2 Punkte)

Aufgabe 6: Modulation Transfer Function

a) Wie ist die MTF (Modulation Transfer Function) eines abbildenden Systems definiert (allgemeine Definition)? (1 Punkt)

b) Welche Voraussetzungen muss das abbildende System erfüllen, damit die MTF das abbildende System eindeutig charakterisiert? Definieren Sie diese Eigenschaften (3 Punkte).

c) Nennen Sie vier Messverfahren um die MTF eines abbildenden Systems zu bestimmen (4 Punkte).

Lösung:

a) Definition MTF (1 Punkt)

$$MTF(u, v) = \frac{|H(u, v)|}{|H(0, 0)|}$$

Hierbei ist $H(u, v)$ die komplexe Übertragungsfunktion

b) Das System muss linear und verschiebungsinvariant sein (1 Punkt)

Linearität wenn $f_i(x,y) \longrightarrow g_i(x,y)$
(Eingangsbild) (Ausgangsbild)

dann gilt auch $\sum c_i f_i(x,y) \longrightarrow \sum c_i g_i(x,y)$

Verschiebungsinvarianz:

Wenn $f(x,y) \longrightarrow g(x,y)$
dann gilt auch $f(x-x_0, y-y_0) \longrightarrow g(x-x_0, y-y_0)$

(jeweils 1 Punkt)

c) Verfahren zur Messung der MTF(u)

Definitionen: Kontrast am Eingang $= \frac{I_{E \max} - I_{E \min}}{I_{E \max} + I_{E \min}} = K_E$

Kontrast am Ausgang $= \frac{I_{A \max} - I_{A \min}}{I_{A \max} + I_{A \min}} = K_A$

i) Auf den Eingang wird ein sinusförmig modulierte Signal gegeben. Das Verhältnis K_A/K_E wird für verschiedene Frequenzen u bestimmt. (1 Punkt)

ii) Auf den Eingang wird ein rechteckförmig modulierte Signal gegeben. Das Verhältnis K_A/K_E wird für verschiedene Frequenzen u bestimmt. Nach der bekannten Umrechnungsformel kann die MTF(u) bestimmt werden. (1 Punkt)

iii) Mithilfe eines dünnen Schlitzes wird ein linienförmiges Signal auf den Eingang gegeben. Am Ausgang wird die Linienbildfunktion gemessen, indem der Schlitz etwas schräg zum Raster steht. Aus der Fourier-Transformierten der Linienbildfunktion ergibt sich die MTF. (1 Punkt)

iv) Auf den Eingang wird ein Signal gegeben, welches lediglich weißes Quantenrauschen beinhaltet. Am Ausgang wird das Rauschleistungsspektrum gemessen. Die MTF ergibt sich aus der Quadratwurzel des Rauschleistungsspektrums. (1 Punkt)

Bildverarbeitung

Aufgabe 7: Filter in der Bildverarbeitung

a) Geben Sie einen Faltungskern für ein Gaussfilter an und nennen Sie eine Einsatzmöglichkeit dieses Filters (3 Punkte).

G =

b) Tragen Sie in das folgende Raster einen Faltungskern für ein Gradientenfilter ein und nennen Sie eine Einsatzmöglichkeit dieses Filters (2 Punkte).

D_x =

--	--	--

c) Erklären sie die Funktion eines Medianfilters mit 25 Elementen (2 Punkte).

d) Welches Filter eignet sich besser zur Unterdrückung von Ausreißern, ein Mittelwert- oder ein Medianfilter? Begründen Sie (2 Punkte).

Lösung:

a) Gaussfilter

G = 1/52

1	1	2	1	1
1	2	4	2	1
2	4	8	4	2
1	2	4	2	1
1	1	2	1	1

(2 Punkte)

Einsatzmöglichkeit: Rauschunterdrückung (1 Punkt)

b) Gradientenfilter

D_x = 1/2

1	0	-1
---	---	----

(1 Punkt)

Einsatzmöglichkeit: Kantendetektion (1 Punkt)

c) Medianfilter:

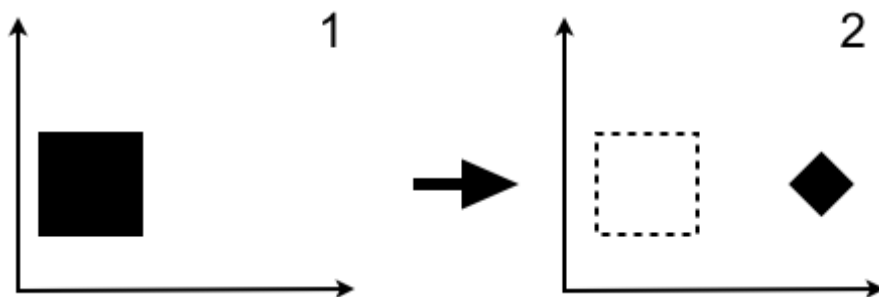
Die Grauwerte unter einem 5x5 Pixel großen Feld werden der Größe nach sortiert. Auswahl des Elements an der Stelle 13 (1Punkt). Eintragen des Grauwertes vom 13. Element anstelle des ursprünglichen Grauwerts im Zentrum des Filterkerns (1 Punkt)

d) Ausreißerdetektion

Das Medianfilter ist besser geeignet (1 Punkt). Beim Mittelwertfilter werden alle Elemente zur Berechnung des neuen Wertes herangezogen. Ausreißer beeinflussen somit den gefilterten Wert. Beim Medianfilter werden die Ausreißer am Ende bzw. am Anfang der Rangfolge angeführt, somit beeinflussen sie den Filterwert nicht (1 Punkt).

Aufgabe 8: Transformationen

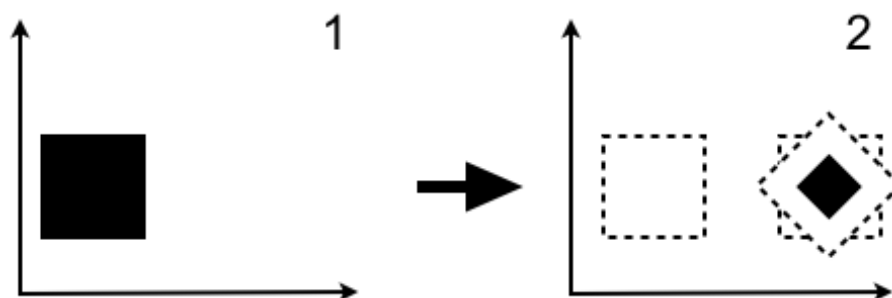
a) Das schwarze Objekt in Bild 8.1 wurde durch affine Abbildungen in die im Bild 8.2 gezeigte Form transformiert. Nennen Sie eine mögliche Abfolge von affinen Abbildungen, die zum gezeigten Ergebnis führen. (Das gestrichelt dargestellte Objekt in Bild 8.2 markiert Position und Größe des Ursprungsobjekts) (2 Punkte)



Lösung:

a) Affine Transformationen:

Translation - Drehung - Skalierung (2 Punkte)



Computer Tomographie

Aufgabe 9: Radon Transformation

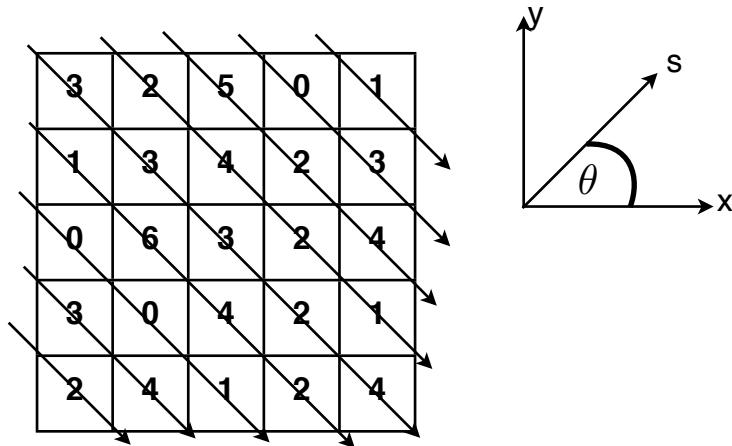
a) Gegeben sind für ein Bild die folgenden Grauwerte. Berechnen Sie die Projektion $p_{\theta}(s) = \{p_{\theta}(1), \dots, p_{\theta}(9)\}$ zum Winkel $\Theta = 45^{\circ}$ (2 Punkte).

3	2	5	0	1
1	3	4	2	3
0	6	3	2	4
3	0	4	2	1
2	4	1	2	4

b) Zeichnen sie eine Darstellung des digitalen Radon-Raums und tragen Sie die Felder ein, auf der die Werte der Projektion aus Aufgabenteil a) liegen. (1 Punkt)

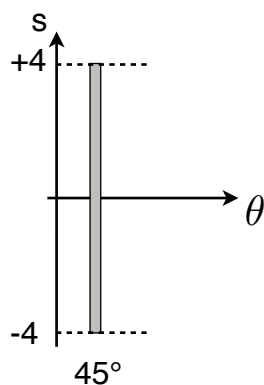
Lösung:

a) Projektion: (2 Punkte)



$$p_{\theta} = \{ 2, 7, 1, 13, 15, 9, 11, 3, 1 \}$$

b) Projektion in der Ebene (1 Punkt)



Aufgabe 10: Pixelrauschen bei der CT

Von welchen Größen hängt das Pixelrauschen bei der CT ab? (3 Punkte)

Lösung:

(qualitativ: steigt/fällt mit ...) (3 Punkte)

Pixel-Rauschen bei der CT

$$\sigma_{\text{Pixel}}^2 = \frac{\pi^2 \cdot \Delta s}{M} \cdot \frac{1}{\bar{N}} \int_{-w_{\text{max}}}^{+w_{\text{max}}} |H(w)|^2 dw$$

Δs = Detektorabstand

M = Zahl der Projektionen

$\bar{N}$ = mittlere Zählrate bei der Messung

$H(w)$ = Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion

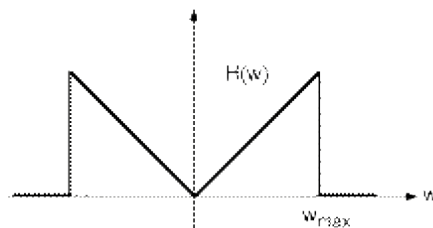
Aufgabe 11: Filter für die gefilterte Rückprojektion

a) Zeichnen Sie die Filterfunktionen (Frequenz-Darstellung) von zwei häufig verwendeten Filtern für die gefilterte Rückprojektion bei der Computer Tomographie (4 Punkte)

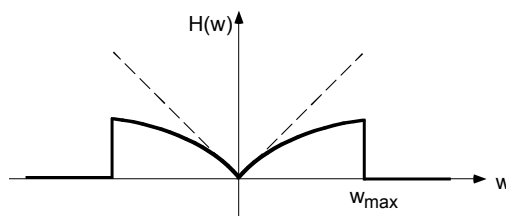
b) Argumentieren Sie Vor- und Nachteile der beiden Filter bezüglich Auflösungsvermögen und Rauschen (2 Punkte).

Lösung:

a) Filterfunktionen



Ramachandran-
Lakshminarayanan



Shepp-Logan

(jeweils 2 Punkte für Zeichnung mit Beschriftung)

b) Vor- und Nachteile der Filterfunktionen

Ins Pixelrauschen geht die Fläche unter der Filterfunktion ein. Somit ist das Pixelrauschen beim Filter nach Shepp-Logan kleiner. (1 Punkt)

Jedoch wird in gleichem Maße die MTF schlechter, welche ein Maß für das

Auflösungsvermögen des Systems darstellt. Hierbei liefert somit das Filter nach Ramachandran-Lakshminarayanan ein besseres Ergebnis. (1 Punkt)

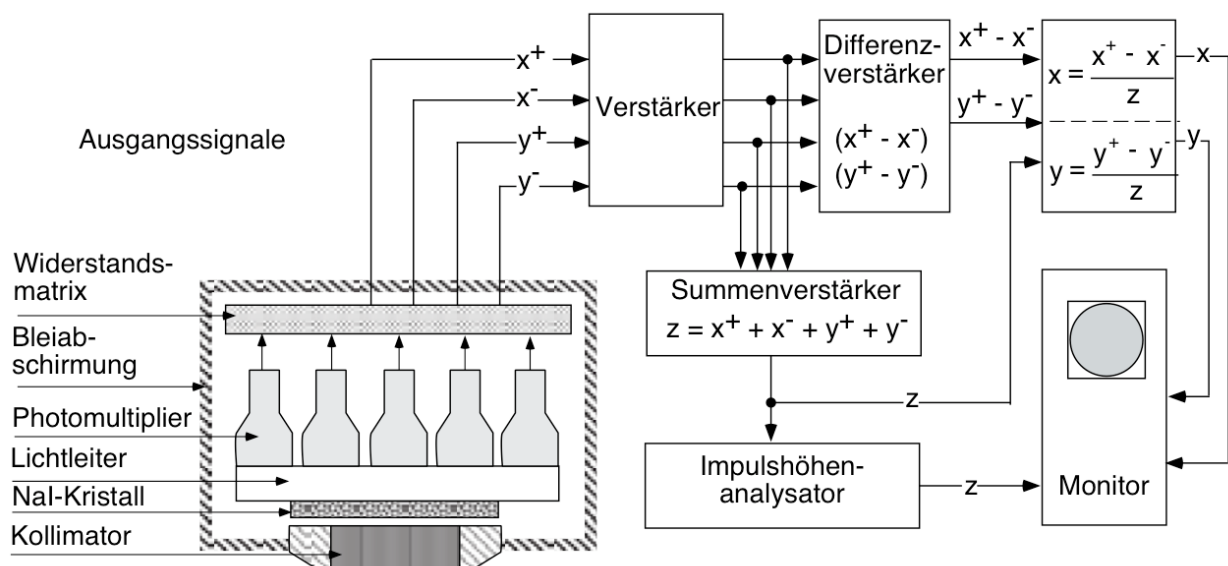
Nuklearmedizin

Aufgabe 12: SPECT-Systeme

- Skizzieren Sie eine Anger-Kamera (Gamma-Kamera). Beschriften und beschreiben Sie kurz die Komponenten (8 Punkte)
- Wie wird der Einfallsort des Gamma-Quants ermittelt (qualitativ)? (1 Punkt)
- Wie erreicht man einen energieaufgelösten Nachweis und warum braucht man eine energieaufgelöste Detektion? Veranschaulichen Sie Ihre Antwort mit einer Skizze der Energieverteilung (qualitativ) (3 Punkte)

Lösung:

- Skizze Anger-Kamera (4 Punkte):



Kollimator: Nachweisgebiet wird auf „Säulen“ vor der Kamera beschränkt

NaI-Kristall/Szintillator: Umwandlung in sichtbares Licht

Photomultiplier: Lichtnachweis

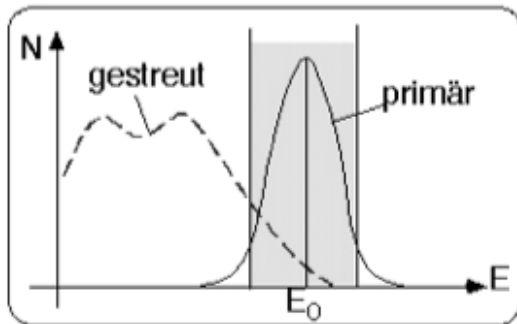
Widerstandsmatrix: ermittelt den Schwerpunkt des Lichtblitzes

Summensignal: liefert ein Maß für die gesamte Lichtintensität

Impulshöhenanalysator: Sortiert gestreute Quanten aus. (4 Punkte)

- Der Einfallsort des Gamma-Quants wird als der “Schwerpunkt” aus allen Photomultiplier-Signalen ermittelt.
- Das Summensignal aller Photomultiplier ist ein Maß für die Energie des eingefallenen Gamma-Quants. Das Summensignal wird auf einen Impulshöhen-Analysator gegeben (1 Punkt). Impulse, die eine vorgegebene Schwelle unterschreiten, werden nicht mitgezählt. Auf diese Art werden gestreute Gamma-Quanten unterdrückt. Diese

Quanten kommen nicht aus dem Gebiet, in dem sich der Gamma-Strahler angereichert hat (1 Punkt). Skizze (1 Punkt):

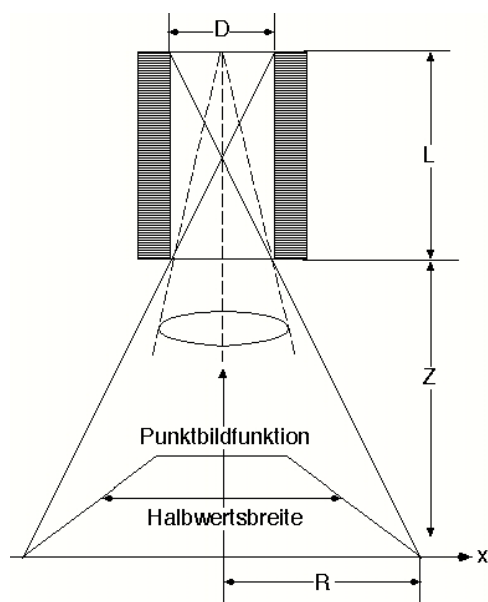


Aufgabe 13: Kollimatorkenngrößen

- a) Wie groß ist die Halbwertsbreite eines Kollimators? Wie kann man sie messen? Veranschaulichen Sie Ihre Erklärung mit einer Skizze. (3 Punkte)
- b) Wie groß ist der Radius der Punktbildfunktion eines Kollimators in Abhängigkeit von der Entfernung zwischen Kollimator und Gamma-Strahler mit:
 $L = 24 \text{ mm}$ Länge des Kollimatorröhrchens und
 $D = 1,11 \text{ mm}$ effektivem Durchmesser des Kollimatorröhrchens (2 Punkte)

Lösung:

- a) Zur Darstellung der Punktbildfunktion wird ein idealer punktförmiger Gamma-Strahler vor dem Detektor vorbei bewegt und die Zählrate über dem Ort aufgezeichnet (1 Punkt). Die resultierende Punktbildfunktion hat an den Rändern einen Halbschattenbereich und in der Mitte ein Plateau, auf dem sich die Zählrate nur wenig ändert. Die Halbwertsbreite ist der Bereich, in dem die Zählrate die Hälfte des Maximums beträgt (1 Punkt). Skizze: (1 Punkt)



b) Der Radius der Punktbildfunktion ergibt sich nach dem Strahlensatz zu

$$R = \frac{D}{L} \left(Z + \frac{L}{2} \right) = \frac{D}{2} + \frac{D}{L} \cdot Z = \frac{1,11 \text{ mm}}{2} + \frac{1,11 \text{ mm}}{24 \text{ mm}} \cdot Z = 0,56 \text{ mm} + 0,046 \cdot Z$$

approximiert für $z \gg L/2$ gilt: $R = 0,46 Z$.

(jeweils 1 Punkt für Formel und Ergebnis)

<i>Aufgabe</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	Σ
<i>Punkte</i>	<i>4</i>	<i>9</i>	<i>4</i>	<i>7</i>	<i>5</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>3</i>	<i>6</i>	<i>12</i>	<i>5</i>	<i>77</i>